



DISTRITO ESCOLAR DE GUAYAMA
ESCUELA EUGENIO GUERRA CRUZ ESPECIALIZADA EN DEPORTES EN ALBERGUE OLIMPICO
PROGRAMA DE MATEMÁTICAS

PRONTUARIO UNDECIMO GRADO *

Sr. Luis J. Rivera Vicente

- A. CURSO: TRIGONOMETRÍA**
- B. CÓDIGO: MATE 131-1466**
- C. VALOR: 1 CRÉDITO**
- D. DURACIÓN: 1 AÑO (2018 – 2019)**
- E. PRE-REQUISITOS: MATE 131-1464**

INTRODUCCIÓN

La trigonometría cuyo significado etimológico es "la medición de los triángulos", es la rama de las matemáticas que estudia las relaciones entre los lados y los ángulos de los triángulos. Para esto se vale de las razones trigonométricas, las cuales son utilizadas frecuentemente en cálculos técnicos. Las dos ramas fundamentales de la trigonometría son la trigonometría plana, que se ocupa de figuras contenidas en un plano, y la trigonometría esférica, que se ocupa de triángulos que forman parte de la superficie de una esfera. En términos generales, la trigonometría es el estudio de las funciones seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante.

La trigonometría interviene directa o indirectamente en las demás ramas de la matemática y se aplica en todos aquellos ámbitos donde se requieren medidas de precisión. En el mundo moderno de hoy son muchos los profesionales que se valen de cálculos trigonométricos para su trabajo. Modistas o jardineros los utilizan, los primeros para algunos moldes o cortes complejos y los segundos para trabajar con diseños de canteros que deben quedar geoméricamente "perfectos". ¿Para qué lo usará nuestro estudiante? Es claro que si se desafía a sí mismo y aprende a usar fluidamente la potencialidad de las tres funciones o razones trigonométricas directas (seno, coseno y tangente), no habrá triángulo en este mundo que sea un misterio para este. Cualquier problema cotidiano sobre el que se pueda expresar construyendo un triángulo (aunque sea un croquis imaginario o un boceto sencillo en un papel), será muy simple para él.

OBJETIVOS GENERALES:

Al finalizar el curso de Trigonometría el estudiante podrá:

1. Reconocer y aplicar la relación entre grados y radianes para resolver problemas utilizando el cálculo mental y la tecnología cuando medimos ángulos.
2. Reconocer que la visualización y la comprensión de ángulos es importante para estimar, describir, medir y crear ángulos en ambientes cotidianos, nuestro medio ambiente y el lugar de trabajo.
3. Utilizar semejanza, encuentra el hecho de que la longitud del arco intersecado por un ángulo es proporcional al ángulo, y define la medida del ángulo en radianes como la constante de proporcionalidad; aplica la fórmula para hallar área de un sector circular.
4. Hallar razones trigonométricas con triángulos rectángulos e interpretará, predecirá y resolverá problemas en los cuales figuren triángulos rectángulos.
5. Utilizar las razones trigonométricas para calcular la longitud de los lados y el tamaño de los ángulos de un triángulo recto sin utilizar el Teorema de Pitágoras conociendo una cierta combinación de longitudes y medidas de ángulos.
6. Establecer que, por semejanza, las razones entre los lados de un triángulo rectángulo son una propiedad de los ángulos del triángulo, llevando a la definición de razones trigonométricas para ángulos agudos.
7. Reconocer que las razones trigonométricas son fundamentales en muchas profesiones como ingeniería, astronomía, física, cartografía, telecomunicación, náutica y el diseño industrial.
8. Trazar gráficas de las funciones trigonométricas para interpretar, predecir y resolver situaciones reales, donde determine la amplitud, línea media, período y desplazamiento de fase.
9. Entender que los coeficientes de las funciones trigonométricas nos permiten construir gráficas que sean traslaciones y reflexiones de las funciones básicas, además de que nos permiten identificar las características del fenómeno periódico.
10. Reconocer que las funciones y gráficas trigonométricas sirven de modelo del mundo real y nos permite resolver problemas.

11. Interpretar que las funciones trigonométricas son las funciones establecidas con el fin de extender la definición de las razones trigonométricas a todos los números reales y complejos.
12. Aplicar identidades trigonométricas para resolver problemas del mundo real reconociendo que una identidad es un enunciado válido para todos los valores de una variable para cual la expresión en la ecuación está definida y nos puede ayudar a entender las relaciones entre funciones trigonométricas.
13. Tomar decisiones informadas utilizando las gráficas trigonométricas y sus inversas.
14. Desarrollar la capacidad para resolver ecuaciones trigonométricas básicas o usando identidades para interpretar, predecir y resolver situaciones de la vida diaria.
15. Utilizar una identidad trigonométrica para resolver una ecuación trigonométrica cuando la ecuación trigonométrica contiene más de una función.
16. Utilizar las leyes de seno y coseno para resolver problemas que involucren triángulos y no se pueda utilizar el Teorema de Pitágoras entendiendo que las leyes de los senos y cosenos brindan la misma información para cualquier triángulo.
17. Utilizar funciones trigonométricas inversas para resolver triángulos entendiendo que las funciones solo son invertibles si son uno a uno lográndolo al restringir su dominio.

METODOLOGÍA Y ESTRATEGIAS INSTRUCTIVAS:

El proceso educativo que guiará las experiencias de aprendizaje en la sala de clases será la estrategia de enseñanza contextualizada con enfoque en la solución de problemas (CC 11-2013-2014). Se proponen, además:

- a. Técnica de preguntas y respuestas para que el estudiante construya su conocimiento.
- b. Presentación y análisis de situaciones reales para desarrollar los conceptos.
- c. Trabajo individual en y fuera del salón de clases.
- d. Trabajo en grupos y aprendizaje cooperativo para la construcción del aprendizaje.
- e. Sesiones de prácticas individuales y grupales.
- f. Conferencias.
- g. Análisis de artículos.
- h. Videos o programados de matemáticas
- i. Tutoriales y ejercicios suplementarios

Escala de Distribución de Notas			
Porcentaje	Nota final	Nivel	Interpretación sobre el dominio de conceptos, destrezas y competencias Incluidas en los objetivos del curso, que fue alcanzado por el estudiante.
100-90	A	Excelente	Dominio sobresaliente
89-80	B	Bueno	Dominio superior, o sobre el mínimo aceptable.
79-70	C	Regular	Dominio mínimo aceptable o suficiente. Revela dificultad en algunos de los conceptos, destrezas o competencias.
69-60	D	Deficiente	Dominio limitado. Revela dificultad en la mayoría de los conceptos, destrezas o competencias.
59-0	F	Inaceptable	Dominio pobre o ningún dominio.

EVALUACIÓN

El proceso de evaluación es una experiencia de descubrimiento y concienciación sobre el conocimiento, las competencias y destrezas adquiridas y el potencial para seguir aprendiendo. Se dará énfasis a las técnicas e instrumentos:

Tareas de desempeño (CC 37-2013-2014)

Pruebas escritas u orales

Pruebas cortas

Trabajos de ejecución

Informes y presentaciones orales

Investigaciones escritas o monografías

Laboratorios

Otra evidencia

Preguntas abiertas

REFERENCIAS Y RECOMENDACIONES:

Libros

- Barnett, R. (2000). *Pre cálculo: Funciones y gráficas. 4ta edición. McGraw Hill.*
- Burrill, G & Cummins J. (1998). *Geometría: Integración, aplicaciones y conexiones.* Columbus Ohio: Glencoe
- Collins, E. & Cuevas G. (1998). *Algebra 1: Integración, aplicaciones y conexiones.* Columbus Ohio: Glencoe
- Rubenstein, R. N., Craine T. V., Butts T. R. 2002) *Matemáticas Integradas I. McDougal Litell. Inc.*
- Rubenstein, R.N., Craine T.V., Butts T.R..(2002). *Matemáticas Integradas II. McDougal Litell. Inc.*
- Rubenstein, R.N., Craine T.V., Butts T.R. (2005). *Matemáticas Integradas III. McDougal Litell. Inc*
- Sullivan,M. (2006). *Álgebra y Trigonometría. 7ma edición.* Prentice Hall
- Swokowski E. W., Colley J. (2012). *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica . 11ma edición.* Thomson.

Literatura sugerida

- Arce J. C. (2006) *El matemático del rey.* Editorial Planeta Mexicana SA
- Du Sautoy, M.. (2007). *La música de los números primos: El enigma de un problema matemático abierto.* 3ra edición. El Acanilado.
- Maor, E. (2000). *Trigonometric Delight.* Universities Press (India) Pvt
- Plimmer M., King K. (2005). *Más allá de la coincidencia.* Ediciones Robinbook
- Stewart, I. (2006) *Letters of a Young Mathematician.* Joat Enterprises

Direcciones electrónicas

- <http://www.amaps.org/leftfiles/Syllabi/Algebra%20%20Sample%20Tasks.pdf>)
- <http://www.carliseschools.org/webpages/wolfer/files/MA%207-3%20Inverses%20Online%20Activity.pdf>)
- www.curriculumframer.com)

BOSQUEJO DEL CURSO: (Sujeto a cambios)

Unidad 1: Los ángulos y sus medidas

A. Fundamentos básicos de ángulos y medidas

1. Ángulo agudo, recto u obtuso
2. Ángulos complementarios y suplementarios

B. Ángulos en trigonometría

1. Ángulos en posición estándar
2. Ángulo cuadrantal
3. Ángulos positivos o negativos
4. Ángulos coterminales

C. Medidas en grados y radianes

1. Medidas en grados, minutos y segundos (grados sexagesimales)
 - a. Cambiar de grados, minutos y segundos a grados decimales
 - b. Cambiar de grados decimales a grados con minutos y segundos
2. Medida en radianes
 - a. Cambiar de grados a radianes
 - b. Cambiar de grados, minutos y segundos a radianes
 - c. Cambiar de radianes a grados
 - d. Cambiar de radianes a grados, minutos y segundos

D. Medidas en el círculo

- a. Ángulo central
- b. Longitud del arco
- c. Área de un sector circular
- d. Velocidad angular, velocidad lineal y sus aplicaciones

Unidad 2: Trigonometría en el triángulo rectángulo

- A. Razones trigonométricas y triángulos semejantes
 - 1. Razones trigonométricas (seno, coseno, tangente, secante, cosecante y cotangente)
 - 2. Evaluar razones trigonométricas
 - 3. Evaluar razones trigonométricas utilizando tecnología (calculadora)
- B. Triángulos rectángulos especiales
 - 1. Deducir razones trigonométricas de los ángulos de estos triángulos
 - a. Triángulo $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$
 - b. Triángulo $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$
- C. Aplicaciones trigonométricas
 - 1. Solución de triángulos rectángulos
 - a. Conocido un ángulo y la hipotenusa
 - b. Conocido la hipotenusa y un cateto
 - c. Conocido un ángulo y un cateto
 - d. Conocidos dos catetos
 - e. Resolver problemas métricos reales
- D. Extensión de las funciones trigonométricas
 - 1. Valores de las funciones trigonométricas para ángulos especiales en posición estándar
 - 2. Círculo Unitario
 - a. Ángulo de referencia
 - b. Funciones trigonométricas de cualquier ángulo

Unidad 3: Gráficas de funciones trigonométricas

A. Funciones trigonométricas

1. Definición
2. Dominio
3. Alcance (recorrido)

B. Funciones pares e impares y simetría

- a. Gráficas Simétricas al eje vertical (eje y)
- b. Gráficas Simétricas al origen

C. Gráficas de funciones trigonométricas

1. Gráficas de las funciones: seno, coseno, tangente, secante, cosecante, cotangente,
2. Características principales de las gráficas
 - a. Intersecciones con los ejes
 - b. Valor mínimo y valor máximo
 - c. Asíntotas
 - d. Intervalos donde es creciente o decreciente

D. Amplitud, período y desfase en las funciones trigonométricas

1. Concepto de amplitud, periodo, línea media y desfase para las funciones trigonométricas
2. Gráfica de función seno y coseno con variaciones en la amplitud, periodo, línea media, y desfase
3. Deducción de una función trigonométrica a partir de su gráfica

Unidad 4: Identidades Trigonométricas

A. Identidades Trigonométricas Fundamentales

1. Comprobar en el ángulo de triángulo rectángulo se cumplen las relaciones fundamentales (demostración)

a. Identidades recíprocas

$$\boxed{\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}}$$

$$\boxed{\csc\theta = \frac{1}{\text{sen}\theta}}$$

$$\boxed{\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}}$$

b. Identidades de cocientes

$$\boxed{\tan\theta = \frac{\text{sen}\theta}{\cos\theta}}$$

$$\boxed{\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\text{sen}\theta}}$$

c. Identidades pitagóricas

$$\boxed{\text{Sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1}$$

$$\boxed{1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta}$$

$$\boxed{1 + \cot^2\theta = \csc^2\theta}$$

d. Identidades para ángulos negativos

$$\boxed{\text{sen}(-\theta) = -\text{sen}\theta}$$

$$\boxed{\cos(-\theta) = \cos\theta}$$

$$\boxed{\tan(-\theta) = -\tan\theta}$$

$$\boxed{\csc(-\theta) = -\csc\theta}$$

$$\boxed{\sec(-\theta) = \sec\theta}$$

$$\boxed{\cot(-\theta) = -\cot\theta}$$

e. Identidades de la suma o diferencia de ángulos

- Coseno de la suma o diferencia de dos ángulos
- Seno de la suma o diferencia de dos ángulos
- Tangente de la suma o diferencia de dos ángulos

f. Identidades de cofunciones

- Coseno de π medios menos x
- seno de π medios menos x
- Tangente de π medios menos x

g. Identidades de doble ángulo y medio ángulo

- Identidades trigonométricas de doble ángulo
- Identidades trigonométricas de medio ángulo

h. Identidades de producto a sumas o restas

- Identidad para el producto de seno por coseno (ángulos distintos)
- Identidad para el producto de coseno por coseno (ángulos distintos)

i. Identidades de suma o diferencia a productos

- Identidad para la suma o diferencia de senos
- Identidad para la suma o diferencia de cosenos

2. Demostración de identidades trigonométricas fundamentales

3. Aplicaciones en contexto de las identidades fundamentales

Unidad 5: Resolver Ecuaciones trigonométricas

- Resolver ecuaciones trigonométricas básicas
- Resolver ecuaciones trigonométricas por factorización
- Resolver ecuaciones trigonométricas con uso de identidades
- Solución general de una ecuación trigonométrica
- Construir modelos y resolver problemas de la vida diaria utilizando ecuaciones trigonométricas

Unidad 6: Leyes de senos y cosenos

A. Ley de Senos

1. Demostración de la Ley de Senos
2. Ley de senos conocidos dos ángulos y un lado
3. Ley de senos conocidos dos lados y un ángulo

B. Ley de Cosenos

1. Demostración de la Ley de Cosenos
2. Ley de cosenos conocidos dos lados y un ángulo
3. Ley de cosenos conocidos tres lados

C. Aplicación de las leyes de senos o cosenos en la solución de problemas geométricos y calcular longitudes en la realidad (área de triángulos).

Unidad 7: Funciones trigonométricas inversas

A. Funciones uno a uno

1. Funciones biunívocas
2. Función biunívoca con dominio restringido
3. Función identidad
4. Dado que la función es uno a uno, encontrar la inversa y representar las gráficas de ambas funciones en el mismo sistema de ejes

B. Funciones trigonométricas Inversas

1. Evaluar funciones trigonométricas inversas con o sin tecnología
2. Resolver triángulos usando funciones trigonométricas inversas.

* Sujeto a cambios.